2019 考研数学二考试真题答案解析（完整版）

来源：文都教育

1. （C） $x-\tan x\sim -\dfrac{x^3}{3}$

2.（B）$y'=\sin x+x\cos x-2\sin x, y''=-x\sin x$, 令 $y''=0$ 得 $x=0, x=\pi$, 又因为 $y'''=-\sin x-x\cos x$, 将上述两点代入得 $y'''(\pi)\neq 0$, 所以 $(\pi,-2)$ 是拐点.

3.（A） $\int_0^{+\infty} x\mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}x=P(2)=1$ 　　发散（A）

或 $-\int_0^{+\infty} x\mathrm{d}\mathrm{e}^{-x}=-\left[x\mathrm{e}^{-x}|_0^{+\infty}-\int_0^{+\infty}\mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}x\right]$

$=\int_0^{+\infty}\mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}x=-\mathrm{e}^{-x}|_0^{+\infty}=-[0-1]=1$

4. （D）

解：由条件知特征根为 $\lambda_1=\lambda_2=-1$，特征方程为 $(\lambda-\lambda_1)(\lambda-\lambda_2)=\lambda^2+2\lambda+1=0$，故 a=2，b=1，而 $y^*=\mathrm{e}^x$ 为特解，代入得 C=4，选（D）

5.因为 $\sin\sqrt{x^2+y^2}<\sqrt{x^2+y^2}$

$1-\cos\sqrt{x^2+y^2}<\sqrt{x^2+y^2}$

$\therefore I_2<I_1\quad I_3<I_1$

因为 $1-\cos\sqrt{x^2+y^2}=2\sin\dfrac{\sqrt{x^2+y^2}}{2}\sin\dfrac{\sqrt{x^2+y^2}}{2}$

$\sin\sqrt{x^2+y^2}=2\sin\dfrac{\sqrt{x^2+y^2}}{2}\cos\dfrac{\sqrt{x^2+y^2}}{2}$

因为 $x^2+y^2<\dfrac{\pi}{4}\quad\therefore\dfrac{\sqrt{x^2+y^2}}{2}<\dfrac{\pi}{4}$

$\therefore\sin\dfrac{\sqrt{x^2+y^2}}{2}<\cos\dfrac{\sqrt{x^2+y^2}}{2}$

$\therefore 1-\cos\sqrt{x^2+y^2}<\sin\sqrt{x^2+y^2}$

$\therefore I_3<I_2$

$\therefore I_3<I_2<I_1$

选 A

6.解，必要性

$f(x),g(x)$ 相切于 a 则 $f(a)=g(a)$　　$f'_{(a)}=g'_{(a)}$

$$P=\frac{|y''|}{[1+y'^2]^{\frac{3}{2}}}\cdot\quad y''(a)=\pm g''(a)$$

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)-g(x)}{(x-a)^2}=\lim_{x\to a}\frac{f'(x)-g'(x)}{2(x-e)}=\lim_{x\to a}\frac{f''(x)-g''(x)}{2}=\frac{f''(a)-g''(a)}{2}=\begin{cases}0\\2f''(a)\end{cases}$$

充分性

$$O=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-g(x)}{(x-a)^2}\qquad\therefore f(a)=g(a)$$

$$=\lim_{x\to a}\frac{f'_{(x)}-g'_{(x)}}{2(x-a)}\qquad\therefore f'(a)=g'(a)$$

$$\lim_{x\to a}\frac{f''(x)-g''(x)}{2}=\frac{f''(a)-g''(a)}{2}\qquad\therefore f''(a)=g''(a)$$

f(x)与 g(x)相切于点 a.且曲率相等.选择（B）

7.因为 $Ax=0$ 的基础解系中只有 2 个向量 $\therefore n-r(A)=2=4-r(A)$

$\therefore r(A^*)=0$　　∴选 A

8.选（C）

解：由 $A^2+A=2E$ 得 $\lambda^2+\lambda=2$，λ 为 A 的特征值，

$\boldsymbol{\lambda}=-2$ 或 1，

又 $|A|\lambda_1\lambda_2\lambda_3=4$，故 $\lambda_1=\lambda_2=-2,\lambda_3=1$，

规范形为 $y_1^2-y_2^2-y_3^2$，选（C）

9.

$$\lim_{x\to 0}\left(x+2^x\right)^{\frac{2}{x}}=\lim_{x\to 0}\left(1+x+2^x-1\right)^{\frac{1}{x+2^x-1}\cdot\frac{2(x+2^x-1)}{x}}=\lim_{x\to 0}e^{\frac{2(x+2^x-1)}{x}}$$

$$=e^{\lim\limits_{x\to0}\frac{2+2\cdot2^x\ln 2}{1}}=e^{2+2\ln 2}=4e^{2}$$

10. 当 $t=\frac{3}{2}\pi$ 时，$x=\frac{3}{2}\pi-\sin\frac{3}{2}\pi=\frac{3}{2}\pi+1$ $y=1-\cos\frac{3}{2}\pi=1$，即为点 $\left|\frac{3}{2}\pi+1,1\right|$

$$k=\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{dt}\cdot\frac{dt}{dx}=\sin\frac{1}{1-\cos t}\qquad\left.\frac{dy}{dx}\right|_{t=\frac{2}{3}\pi}=\frac{-1}{1}=-1$$

$$y-1=-\left|x-\frac{3}{2}\pi-1\right|\Rightarrow y-1=-x+\frac{3}{2}\pi+1.$$

$$\Rightarrow y=-x+\frac{3}{2}\pi+2$$

在 y 轴上的截矩为 $\frac{3}{2}\pi+2$

11.

$$\frac{z}{x}=y\ f\ \ \left|-\frac{y^2}{x^2}\right|=-\frac{y^3}{x^2}f\ ;\ \frac{z}{y}=f+y\ f\ \ \left|\frac{2y}{x}\right|=f+\frac{2y^2}{x}f$$

$$2x\frac{z}{x}+y\frac{z}{y}=-2x\cdot\frac{y^3}{x^2}f\ +y\cdot\ f+\frac{2y^2}{x}f$$

$$=-\frac{2y^3}{x}f\ +yf+\frac{2y^3}{x}f$$

$$=yf\left|\frac{y^2}{x}\right|$$

12.解析： $y=\ln\cos x, 0\le x\le\frac{\pi}{6}$

$$l=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\sqrt{1+\left(\frac{-\sin x}{\cos x}\right)^2}\,\mathrm{d}x$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}}\,\mathrm{d}x$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\sec x\,\mathrm{d}x=\ln|\sec x+\tan x|\Big|_0^{\frac{\pi}{6}}=\ln\left(\frac{2}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=\ln\sqrt{3}=\frac{1}{2}\ln 3$$

13.解析：

$$\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=\int_0^1\left(x\int_1^x\frac{\sin t^2}{t}\mathrm{d}t\right)\mathrm{d}x$$

$$=\frac{1}{2}\int_0^1\left(\int_1^x\frac{\sin t^2}{t}\mathrm{d}t\right)\mathrm{d}x^2$$

$$=\frac{1}{2}\left(x^2\int_1^x\frac{\sin t^2}{t}\mathrm{d}t\Big|_0^1-\int_0^1 x^2\cdot\frac{\sin x^2}{x}\mathrm{d}x\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(-\int_0^1 x\sin x^2\,\mathrm{d}x\right)$$

$$=-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\int_0^1\sin x^2\,\mathrm{d}x^2=-\frac{1}{4}(-\cos x^2)\Big|_0^1=\frac{1}{4}(\cos 1-1)$$

14.解析：

$$A_{11}-A_{12}=\begin{vmatrix}1&-1&0&0\\-2&1&-1&1\\3&-2&2&-1\\0&0&3&4\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1&-1&0&0\\0&-1&-1&1\\0&1&2&-1\\0&0&3&4\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}-1&-1&1\\1&2&-1\\0&3&4\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}-1&-1&1\\0&1&0\\0&3&4\end{vmatrix}=-4$$

15.解：当 $x>0$ 时 $f(x)=x^{2x}=\mathrm{e}^{2x\ln x}$ $f'(x)=\mathrm{e}^{2x\ln x}(2\ln x+2)$

当 $x<0$ 时 $f'(x)=\mathrm{e}^x+x\mathrm{e}^x$

当 $x=0$ 时 $\lim\limits_{x\ \ 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\ \ 0^-}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim\limits_{x\ \ 0^-}\frac{x\mathrm{e}^x+1-1}{x}=\lim\limits_{x\ \ 0^-}\mathrm{e}^x=1$

$\lim\limits_{x\ \ 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\ \ 0^-}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim\limits_{x\ \ 0^-}\frac{x^{2x}+1-1}{x}$ 不存在

$\therefore$ 有 $f(x)$ 在 $x=0$ 点不可导.

于是

$$f'(x)=\begin{cases}\mathrm{e}^{2x\ln x}(2\ln x+2),\ x>0\\ \text{不存在},\ x=0\\ \mathrm{e}^x+x\mathrm{e}^x,\ x<0\end{cases}$$

令 $f'(x)=0$ 得 $x_1=\frac{1}{\mathrm{e}}, x_2=-1$, 于是有下列表

x	$(-\infty,-1)$	-1	(-1，0)	0	$\left(0,\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$	$\frac{1}{\mathrm{e}}$	$\left(\frac{1}{\mathrm{e}},+\infty\right)$
$f'(x)$	-	0	+	不存在	-	0	+
$f(x)$	↓	极小值	↗	极大值	↓	极小值	↗

于是有 $f(x)$ 的极小值为 $f(-1)=1-\frac{1}{\mathrm{e}}$，$f\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right)=\mathrm{e}^{-\frac{2}{\mathrm{e}}}$，极大值为 $f(0)=1$

16.解析：令 $\frac{3x+6}{(x-1)^2(x^2+x+1)}=\frac{A}{x-1}+\frac{B}{(x-1)^2}+\frac{Cx+D}{x^2+x+1}$

$$=\frac{A(x-1)(x^2+x+1)+B(x^2+x+1)+(Cx+D)(x-1)^2}{(x-1)^2(x^2+x+1)}$$

则 $3x+6=A(x-1)(x^2+x+1)+B(x^2+x+1)+(Cx+D)(x-1)^2$

令 $x=1$ 得 $9=3B, B=3$

令 $x=0$ 得 $6=-A+B+D$

令 $x=-1$ 得 $3=-2A+B+4(D-C)$

令 $x=2$ 得 $12=7A+7B+2C+D$

解得 $A=-2, B=3, C=2, D=1$

故原式 $=-2\ \frac{1}{x-1}\mathrm{d}x+3\ \frac{1}{(x-1)^2}\mathrm{d}x+\frac{2x+1}{x^2+x+1}\mathrm{d}x$

$$=-2\ln|x-1|-\frac{3}{x-1}+\ln(x^2+x+1)+C$$

17.解析：（1） $y'-xy=\frac{1}{2\sqrt{x}}\mathrm{e}^{\frac{x^2}{2}}$

通解 $y=e^{\int x\mathrm{d}x}\left[\int\frac{1}{2\sqrt{x}}e^{\frac{x^2}{2}}\cdot e^{\int(-x)\mathrm{d}x}\mathrm{d}x+C\right]$

$$=e^{\frac{x^2}{2}}\left[\int\frac{1}{2\sqrt{x}}e^{\frac{x^2}{2}}\cdot e^{-\frac{x^2}{2}}\mathrm{d}x+C\right]$$

$$=e^{\frac{x^2}{2}}\left[\int\frac{1}{2\sqrt{x}}\mathrm{d}x+C\right]$$

$$=e^{\frac{x^2}{2}}\left(\sqrt{x}+C\right)$$

由 $f(1)=\sqrt{e}=(C+1)\sqrt{e}$ 得 $C=0$

所以 $f(x)=\sqrt{x}\cdot e^{\frac{x^2}{2}}$

（2）

$$V_x=\pi\int_1^2\left[\sqrt{x}\cdot e^{\frac{x^2}{2}}\right]^2\mathrm{d}x$$

$$=\pi\int_1^2 x\cdot e^{x^2}\mathrm{d}x$$

$$=\frac{\pi}{2}\int_1^2 e^{x^2}\mathrm{d}x^2=\frac{\pi}{2}e^{x^2}\Big|_1^2=\frac{\pi}{2}\left(e^4-e\right)$$

18.（本题满分 10 分）

已知平面区域 $D=\{(x,y)\,\|\,x|\le y,(x^2+y^2)^3\le y^4\}$，计算二重积分 $\iint\limits_D\frac{x+y}{\sqrt{x^2+y^2}}\mathrm{d}x\mathrm{d}x$.

【解析】$(x^2+y^2)^3=y^4$ 的极坐标方程为 $r=\sin^2\theta$，由对称性：

$$\iint\limits_D\frac{x+y}{\sqrt{x^2+y^2}}\mathrm{d}\sigma=\iint\limits_D\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\mathrm{d}\sigma$$

$$=\iint\limits_{D_1}\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\mathrm{d}\sigma=2\iint\limits_D\frac{r\sin\theta}{r}r\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\theta$$

$$=2\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\left[\int_0^{\sin^2\theta}r\sin\theta\,\mathrm{d}r\right]\mathrm{d}\theta=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\sin^5\theta\,\mathrm{d}\theta$$

$$=-\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}(1-\cos^2\theta)^2\,\mathrm{d}\cos\theta$$

$$=-\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}(1-2\cos^2\theta+\cos^4\theta)\,\mathrm{d}\cos\theta$$

$$=-[\cos\theta-\frac{2}{3}\cos^3\theta+\frac{1}{5}\cos^5\theta]\Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$=\left[\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{2}{3}\cdot\frac{2\sqrt{2}}{8}+\frac{1}{5}\cdot\frac{4\sqrt{2}}{32}\right]=\frac{43}{120}\sqrt{2}$$

19.设 n 为正整数，记 S_n 为曲线 $y=e^{-x}\sin x$ 与 x 轴所围图形的面积，求 S_n，并求 $\lim\limits_{n\to\infty}S_n$.

解：设在区间$[k\pi,(k+1)\pi](k=0,1,2,\cdots,n-1)$上所围的面积记为 u_k，则

$$u_k=\int_{k\pi}^{(k+1)x}\mathrm{e}^{-x}|\sin x|\,\mathrm{d}x=(-1)^k\int_{k\pi}^{(k+1)x}\mathrm{e}^{-x}\sin x\,\mathrm{d}x;$$

记$I=\int\mathrm{e}^{-x}\sin x\,\mathrm{d}x$，则

$$I=-\int\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}\cos x=-(\mathrm{e}^{-x}\cos x-\int\cos x\,\mathrm{d}\,\mathrm{e}^{-x})$$

$$=-\mathrm{e}^{-x}\cos x-\int\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}\sin x=-\mathrm{e}^{-x}\cos x-(\mathrm{e}^{-x}\sin x-\int\sin x\,\mathrm{d}\,\mathrm{e}^{-x})$$

$$=-\mathrm{e}^{-x}(\cos x+\sin x)-I$$

所以$I=-\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-x}(\cos x+\sin x)+C$；

因此

$$u_k=(-1)^k\left(-\frac{1}{2}\right)\mathrm{e}^{-k}(\cos x+\sin x)\Big|_{k\pi}^{(k+1)\pi}=\frac{1}{2}(\mathrm{e}^{-(k+1)\pi}+\mathrm{e}^{-k\pi});$$

(这里需要注意$\cos k\pi=(-1)^k$)

因此

$$S_n=\sum_{k=0}^{n-1}u_k=\frac{1}{2}+\sum_{k=1}^{n}\mathrm{e}^{-k\pi}=\frac{1}{2}+\frac{\mathrm{e}^{-\pi}-\mathrm{e}^{-(n+1)\pi}}{1-\mathrm{e}^{-\pi}};$$

$$\lim_{n\to\infty}S_n=\frac{1}{2}+\lim_{n\to\infty}\frac{e^{-\pi}-e^{-(n+1)\pi}}{1-e^{-\pi}}=\frac{1}{2}+\frac{e^{-\pi}}{1-e^{-\pi}}=\frac{1}{2}+\frac{1}{e^{\pi}-1}$$

20.（本题满分 11 分）

已知函数 $u(x,y)$满足$2\dfrac{\partial^2u}{\partial x^2}-2\dfrac{\partial^2u}{\partial y^2}+3\dfrac{\partial u}{\partial y}=0$，求 a,b 的值，使得在变换 $u(x,y)=v(x,y)\mathrm{e}^{ax+by}$之下，上述等式可化为函数 $v(x,y)$的不含一阶偏导数的等式.

[解析]$\dfrac{\partial u}{\partial x}=\dfrac{\partial v}{\partial x}\mathrm{e}^{ax+by}+v(x,y)a\,\mathrm{e}^{ax+by}$

$$\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{\partial v}{\partial y}\mathrm{e}^{ax+by}+v(x,y)a\,\mathrm{e}^{ax+by}$$

$$\frac{\partial^2u}{\partial x^2}=\frac{\partial^2v}{\partial x^2}\mathrm{e}^{ax+by}+\frac{\partial v}{\partial x}a\,\mathrm{e}^{ax+by}+a\left[\frac{\partial v}{\partial x}\mathrm{e}^{ax+by}+v(x,y)a\,\mathrm{e}^{ax+by}\right]$$

$$=\frac{\partial^2v}{\partial x^2}\mathrm{e}^{ax+by}+\frac{\partial v}{\partial x}2a\,\mathrm{e}^{ax+by}+v(x,y)a^2\mathrm{e}^{ax+by}$$

$$\frac{\partial^2u}{\partial y^2}=\frac{\partial^2v}{\partial y^2}\mathrm{e}^{ax+by}+\frac{\partial v}{\partial y}2b\,\mathrm{e}^{ax+by}+v(x,y)b^2\mathrm{e}^{ax+by}$$

代入已知条件

$$2\frac{\partial^2u}{\partial x^2}-2\frac{\partial^2u}{\partial y^2}+3\frac{\partial u}{\partial y}=0$$

得 $2\left(\dfrac{\partial^2 v}{\partial x^2}-\dfrac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)+4a\dfrac{\partial v}{\partial x}+(3-4b)\dfrac{\partial v}{\partial y}+(2a^2-2b^2+3b)v(x,y)=0$

根据已知条件，上式不含一阶偏导，故 a=0,3-4b=0

即 $a=0,b=\dfrac{3}{4}$

21.已知函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上具有二阶导数，且 $f(0)=0,f(1)=1,\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=1$，证明：

（1）存在 $\xi\in(0,1)$，使得 $f'(\xi)=0$；

（2）存在 $\eta\in(0,1)$，使得 $f''(\eta)<-2$.

证：（1）设 $f(x)$ 在 ξ 处取得最大值，

则由条件 $f(0)=0,f(1)=1,\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=1$

可知 $f(\xi)>1$，于是 $0<\xi<1$，

由费马引理得 $f'(\xi)=0$.

（2）若不存在 $\eta\in(0,1)$，使 $f''(\eta)<-2$，

则对任何 $x\in(0,1)$，有 $f''(x)\geq-2$，

由拉格朗日中值定理得，

$f'(x)-f'(\xi)=f''(c)(x-\xi)$，$C$ 介于 x 与 ξ 之间，

不妨设 $x<\xi$，$f'(x)\leq-2(x-\xi)$，

积分得 $\int_0^{\xi} f'(x)\mathrm{d}x\leq-2\int_0^{\xi}(x-\xi)\mathrm{d}x=\xi^2<1$，

于是 $f(\xi)-f(0)<1$，即 $f(\xi)<1$，

这与 $f(\xi)>1$ 相矛盾，故存在 $\eta\in(0,1)$，使 $f''(\eta)<-2$.

22.解：$(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta_1,\beta_2,\beta_3)$

$$=\begin{pmatrix}1&1&1&1&0&1\\1&0&2&1&2&3\\4&4&a^2+3&a+3&1-a&a^2+3\end{pmatrix}$$

$$\to\begin{pmatrix}1&1&1&1&0&1\\0&-1&1&0&2&2\\0&0&a^2-1&a-1&1-a&a^2-1\end{pmatrix}$$

①若 a=1，则 $r(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)=r(\beta_1,\beta_2,\beta_3)=r(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta_1,\beta_2,\beta_3)$

此时向量组（Ⅰ）与（Ⅱ）等价，

令 $A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3), B=(\beta_1,\beta_2,\beta_3)$，

则 $(A,B)\to\begin{pmatrix}1&0&2&1&2&3\\0&1&-1&0&-2&-2\\0&0&0&0&0&0\end{pmatrix}$

此时 $\begin{cases}\beta_1=\alpha_1\\ \beta_2=2\alpha_1-2\alpha_2\\ \beta_3=3\alpha_1-2\alpha_2\end{cases}$

②若 $a=-1$，则 $r(A)=2\neq r(A,B)=3$，向量组（Ⅰ）与（Ⅱ）不等价.

③若 $a\neq 1,-1$，则 $(A,B)\to\begin{pmatrix}1&0&0&\frac{a-1}{a+1}&\frac{2a+1}{a+1}&1\\0&1&0&\frac{1}{a+1}&-\frac{2a+3}{a+1}&-1\\0&0&1&\frac{1}{a+1}&-\frac{1}{a+1}&1\end{pmatrix}$

此时 $\begin{cases}\beta_1=\frac{a-1}{a+1}a_1+\frac{1}{a+1}a_2+\frac{1}{a+1}a_3\\ \beta_2=\frac{2a+1}{a+1}a_1-\frac{2a+3}{a+1}a_2-\frac{1}{a+1}a_3\\ \beta_3=a_1-a_2+a_3\end{cases}$

23. $A=\begin{bmatrix}-2&-2&1\\2&x&-2\\0&0&-2\end{bmatrix}$ 与 $B=\begin{bmatrix}2&1&0\\0&-1&0\\0&0&y\end{bmatrix}$ 相似

（1）

$\because$

$\therefore A \sim B$

$\therefore tr(A) = tr(B) \Rightarrow \begin{cases} x-4 = 1+y \\ y = -2x+4 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x = 3 \\ y = -2 \end{matrix}$

$(2)\left|\lambda E - B\right| = \begin{vmatrix} \lambda-2 & -1 & 0 \\ 0 & x+1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda-2 \end{vmatrix} = (\lambda+1)(\lambda+2)(x-2) = 0$

$\lambda_1 = -1, \lambda_2 = -2, \lambda_3 = 2$

$\lambda = -1$时$, A+E = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \xi_1 = (-2, 1, 0)^T$

$\lambda = -2$时$, A+2E = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 2 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 4 & 10 & 4 \\ 0 & -10 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \xi_2 = (-1, 2, 4)^T$

$\lambda = 2$时$, A-2E = \begin{bmatrix} -4 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \xi_3 = (-1, 2, 0)^T$

$P_1 = (\xi_1, \xi, \xi_3) = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \qquad P_1^{-1}AP_1 = \begin{bmatrix} -1 & & \\ & -2 & \\ & & 2 \end{bmatrix}$

$\lambda=-1$时，$B+E=\begin{bmatrix}3&1&0\\0&0&0\\0&0&-1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}3&1&0\\0&0&1\\0&0&0\end{bmatrix}$ $\qquad x_1=(-1,3,0)^T$

$\lambda_2=-2$时，$B+2E=\begin{bmatrix}4&1&0\\0&1&0\\0&0&0\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&0\end{bmatrix}$ $\qquad x_2=(0,0,1)^T$

$\lambda3=2$时，$B-2E=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&-3&0\\0&0&-4\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&0&0\end{bmatrix}$ $\qquad x_3=(1,0,0)^T$

$P_2=(x_1x_2x_3)\qquad P_2^{-1}BP_2=\begin{bmatrix}-1&&\\&-2&\\&&2\end{bmatrix}$

$B=P_2\begin{bmatrix}-1&&\\&-2&\\&&2\end{bmatrix}P_2^{-1}$

$B=P_2P_1^{-1}(A_2)P_1P_2-1$

故$P=P_1P_2^{-1}$

$=\begin{bmatrix}-2&-1&-1\\1&2&2\\0&4&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&3&0\\0&0&1\\1&3&0\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}-1&-1&-1\\2&1&2\\0&0&4\end{bmatrix}$